Приложение 2 к РПД
Методика решения задач
повышенной сложности по математике
44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)
направленность (профили)
Математика. Физика
Форма обучения – очная
Год набора – 2022

ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

1. Общие сведения

1.	Кафедра	Математики, физики и информационных технологий
2.	Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
3.	Направленность (профили)	Математика. Физика
4.	Дисциплина (модуль)	Б1.В.01.04 Методика решения задач повышенной сложности по математике
5.	Форма обучения	очная
6.	Год набора	2022

2. Перечень компетенций

ПК-1: Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

3. Критерии и показатели оценивания компетенций на различных этапах их формирования

<table>
<tr><th rowspan="2">Этап формирования компетенции (разделы, темы дисциплины)</th><th rowspan="2">Формируемая компетенция</th><th colspan="3">Критерии и показатели оценивания компетенций</th><th rowspan="2">Формы контроля сформированности компетенций</th></tr>
<tr><th>Знать:</th><th>Уметь:</th><th>Владеть:</th></tr>
<tr><td>Делимость. Простые и составные числа. Принцип Дирихле</td><td>ПК-1</td><td rowspan="3">– основные типы задач повышенной сложности;
– методы и способы решения основных типов задач повышенной сложности;
– основные типы школьных олимпиадных задач;
– разнообразные формы, приемы, методы и средства обучения, в том числе по индивидуальным учебным планам, в рамках федеральных государственных образовательных стандартов основного общего образования и среднего общего образования</td><td rowspan="3">– реализовывать учебные программы элективных курсов;
– решать основные типы задач, предлагавшихся на школьных, районных и городских олимпиадах,
– разбирать решения задач высокого уровня сложности;
– выбирать и реализовывать наиболее рациональный метод решения задачи;
– применять современные образовательные технологии, включая информационные, а также цифровые образовательные ресурсы
– проводить учебные занятия, опираясь на достижения в области педагогической и психологической наук, возрастной физиологии и школьной гигиены, а также современных информационных технологий и методик обучения
– разрабатывать и реализовывать проблемное обучение, осуществлять связь обучения по предмету (курсу, программе) с практикой</td><td rowspan="3">– математическим аппаратом, необходимым при решении задач повышенной сложности;
– подбором задач, организацией и методикой проведения занятий по решению задач повышенной сложности;
– навыками решения математических задач базового уровня и повышенной сложности
– основами работы с текстовыми редакторами, электронными таблицами, электронной почтой и браузерами, мультимедийным оборудованием</td><td rowspan="3">Активность на занятиях

Выполнение домашних заданий

Контрольная работа</td></tr>
<tr><td>Уравнения, системы уравнений. Функциональные уравнения</td><td>ПК-1</td></tr>
<tr><td>Квадратный трёхчлен. Уравнения в целых числах. Инварианты.</td><td>ПК-1</td></tr>
</table>

Шкала оценивания в рамках балльно-рейтинговой системы:

«неудовлетворительно» – 60 баллов и менее; «удовлетворительно» – 61-80 баллов; «хорошо» – 81-90 баллов; «отлично» – 91-100 баллов

4. Критерии и шкалы оценивания

1. Активность на занятиях

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за активность на занятии	0	1	1,5	2

2. Выполнение домашних и индивидуальных заданий

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполненное домашнее задание	0,2	1	1,5	2

3. Выполнение контрольной работы

Процент правильных ответов	До 60	61-80	81-90	91-100
Количество баллов за выполнение контрольной работы	5	10	15	40

5. Типовые контрольные задания и методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

5.1. Типовое домашнее задание

1. Даны числа $a_0,\ a_1,\ ...,a_n$ такие, что $a_0 = a_n = 0,\ a_{k-1} - 2a_k + a_{k+1} \ge 0,$ где $k = 1,2,...,n-1.$

   Доказать, что числа $a_1,\ a_2,\ ...,a_{n-1}$ неположительны.

Решение. Предположим, что среди чисел $a_1, a_2, ..., a_{n-1}$ есть положительные, и пусть a_l – положительное число с наименьшим номером. Тогда $a_l - a_{l-1} \ge a_l > 0.$ Из неравенства $a_{k-1} - 2a_k + a_{k+1} \ge 0 \Rightarrow a_{k+1} - a_k \ge a_k - a_{k-1}\ (k = l,\ l+1,...,n-1)$ следует, что

$$a_n - a_{n-1} \ge a_{n-1} - a_{n-2} \ge ... \ge a_l - a_{l-1} > 0, \text{ откуда } a_n > a_{n-1} > ... > a_l > 0,$$

что невозможно ввиду равенства $a_n = 0$ (по условию).

2. Дана арифметическая прогрессия, члены которой целые положительные числа. Известно, что в этой прогрессии есть член, являющийся полным квадратом. Доказать, что прогрессия содержит бесконечно много таких членов.

Решение. Пусть d – разность прогрессии и a^2 её член, являющийся полным квадратом. Из условия следует, что $d \ge 0,\ d \in \square$.

Тогда при любом $k \in \square$ $(a + kd)^2 = a^2 + 2akd + k^2d^2 = a^2 + d(2ak + k^2d)$ принадлежит данной арифметической прогрессии.

3. Найти наименьшее значение выражения $(x+y)(y+z)$ при условии, что $x,\ y,\ z$ – положительные числа, удовлетворяющие равенству $xyz(x+y+z) = 1.$

Решение. $(x+y)(y+z) = y(x+y+z) + xz,\ xyz(x+y+z) = 1 \Leftrightarrow y(x+y+z) = 1/xz.$
Таким образом, $(x+y)(y+z) = xz + 1/xz \ge 2.$ Равенство достигается, например, при $x = z = 1,\ y = \sqrt{2} - 1.$ Ответ: 2.

5.2. Типовая контрольная работа

1. Решить уравнение: $x^6 + 3x^3 + 1 = y^4$.
2. Один мастер делает на длинной ленте пометки синим карандашом от ее начала через каждые 36 см. другой мастер делает пометки красным карандашом от начала через каждые 25 см. Может ли синяя пометка оказаться на расстоянии 1 см от какой-нибудь красной?
3. При каком значении a многочлены $x^4 + ax^2 + 1$ и $x^3 + ax + 1$ имеют общий корень?
4. Дима с Машей обычно встречаются на конечной станции метро. Пусть поезда метро отправляются через строго одинаковые интервалы времени. Первый раз Дима прождал Машу 12 минут, и за это

время отправилось 5 поездов. Второй раз он прождал Машу 20 минут, и за это время отправилось 6 поездов. В третий раз он прождал Машу. 30 минут. Сколько поездов могло оправиться за это время?

5. При каких значениях a четыре корня уравнения $x^4+(a-5)x^2+(a+2)^2=0$ являются последовательными членами арифметической прогрессии?

Ключ

№ задания	Ответ
1	$x=0, \quad y=\pm 1$
2	Может (надо найти решение уравнения в целых числах)
3	При $a=-2$
4	10 или 11 поездов
5	$a=-5$ и $a=-\frac{5}{13}$

5.3. Вопросы к зачету

1. Делимость, признаки делимости, деление с остатком.
2. Простые и составные числа.
3. Метод математической индукции
4. Деление многочленов и теорема Безу
5. Корни многочлена и теорема Виета
6. Уравнения, системы уравнений.
7. Функциональные уравнения.
8. Геометрия помогает алгебре.
9. Тригонометрия помогает алгебре.
10. Применение свойств функции.
11. Чётность. Инварианты.
12. Целая и дробная часть числа.
13. Принцип Дирихле.
14. Уравнения и системы уравнений в целых числах
15. Последовательности и суммы
16. Истинные и ложные высказывания. Рыцари, лжецы, хитрецы
17. Переливание. Взвешивание